Holografija u 3D AdS gravitaciji sa torzijom

M. Blagojević B. Cvetković[1] O. Mišković[2] R. Olea[3]

[1]Institut za fiziku, Beograd, Srbija
[2]Instituto de Física, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile
[3]Universidad Andres Bello, Departamento de Ciencias Físicas, Santiago, Chile

Gravity: new ideas for unsolved problems II
12-14 Septembar 2013, Divčibare, Serbia

Sadržaj

Prezentacija je zasnovana na radu:

- M. Blagojević, B. Cvetković, O. Mišković and R. Olea, Holography in 3D AdS gravity with torsion, JHEP 1305 (2013) 103.

- U skladu sa idejom AdS/CFT korespondencije , svakoj asimptotski anti de Siterovoj (AdS) teoriji gravitacije u $(d+1)$-dimenzionom prostorvremenu M, odgovara d-dimenziona konformna teorija polja (CFT) na granici ∂M.
- Ova dualnost je jako/slabog tipa.
- AdS/CFT korenspondencija je proučavana uglavnom u okviru Rimanove geometrije.
- Uprkos tome što su teorije gravitacije zasnovane na lokalnoj simetriji poznate već gotovo pola veka, AdS/CFT korespondencija je vrlo malo proučavana u okviru teorija gravitacije sa torzijom:
  - M. Bañados, O. Mišković, and S. Theisen, *Holographic currents in first order gravity and finite Fefferman–Graham expansions*, JHEP **06** (2006) 025.
  - D. Klemm and G. Tagliabue, *The CFT dual of AdS gravity with torsion*, *Class. Quantum Grav.* **25** (2008) 035011.

- U okviru 3D gravitacije Klem et. al proučavali su holografsku strukturu Milke-Beklerovog (MB) modela topološke gravitacije sa torzijom.
- MB model ne poseduje propagirajuće stepene slobode.
- Naš glavni cilj je bio da ispitamo holografsku strukturu 3D gravitacije sa propagirajućom torzijom, da bismo ispitali kompatibilnost osnovnih aspekata AdS/CFT korespondencije sa torzijom i da bismo razumeli dinamičku ulogu novih izvora CFT povezanih sa torzijom.
- U 3D prostor vremenu M koristimo uobičajene konvencije, dok je $(1+2)$ dekompozicija opisana koordinatama $x^\mu = (\rho, x^\alpha)$, gde je ρ radijalna koordinata i x^α su lokalne koordinate na granici ∂M; u lokalnim Lorencovim koordinatana dekompozicija je opisana sa $i = (1, a)$.

- Osnovne dinamičke varijable u 3D PGT su trijade $\hat{e}^i$ i Lorencova koneksija $\hat{\omega}^i$ (1-forme), a odgovarajuće jačine polja su torzija i krivina (2-forme)

$$\hat{T}^i = d\hat{e}^i + \varepsilon^i{}_{jk}\hat{\omega}^j \wedge \hat{e}^k \,, \qquad \hat{R}^i = d\hat{\omega}^i + \frac{1}{2}\varepsilon^i{}_{jk}\hat{\omega}^j \wedge \hat{\omega}^k$$

- Lokalne Poenkareove transformacije (LPT) na osnovne dinamičke varijable deluju na sledeći način:

$$\begin{aligned}\delta_0\hat{e}^i{}_\mu &= -\varepsilon^{ijk}\hat{e}_{j\mu}\hat{\theta}_k - (\partial_\mu\hat{\xi}^\lambda)\hat{e}^i{}_\lambda - \hat{\xi}^\lambda\partial_\lambda\hat{e}^i{}_\mu \,, \\ \delta_0\hat{\omega}^i{}_\mu &= -\hat{\nabla}_\mu\hat{\theta}^i - (\partial_\mu\hat{\xi}^\lambda)\hat{\omega}^i{}_\lambda - \hat{\xi}^\lambda\partial_\lambda\hat{\omega}^i{}_\mu \,,\end{aligned}$$

gde je $\hat{\nabla}_\mu\hat{\theta}^i = \partial_\mu\hat{\theta}^i + \varepsilon^i{}_{jk}\hat{\omega}^j{}_\mu\hat{\theta}^k$.

- Da bismo proučavali holografsku strukturu 3D gravitacije sa torzijom pretpostavljamo da je M 3D mnogostrukost sa granicom ∂M u prostornoj beskonačnosti.
- U asimptotskoj oblasti M se može pogodno parametrizovati lokalnim koordinatama $x^\mu = (\rho, x^\alpha)$, gde je ρ radijalna koordinata takva da je $\rho = 0$ na ∂M.
- Radijalna folijacija M je analogna vremenskom raslojenju u uobičajenom kanonskom formalizmu.
- Postojanje LPS implicira da su $\hat{e}^i{}_\rho$ i $\hat{\omega}^i{}_\rho$ nefizičke varijable, koje se mogu fiksirati sa odgovarajućih *šest gejdž uslova*, koji bitno utiču na dinamiku na granici:

$$\hat{e}^i{}_\rho = (\hat{e}^1{}_\rho, \hat{e}^a{}_\rho) = \left(\frac{\ell}{\rho}, 0\right), \hat{\omega}^i{}_\rho = (\hat{\omega}^1{}_\rho, \hat{\omega}^a{}_\rho) = \left(\frac{p\ell}{2\rho}, 0\right),$$

gde je ℓ AdS radijus, a od p zavise i torzija i krivina na M.

- Dalje, uvodimo *dodatni uslov*, poznat kao „radijalni gejdž”

$$\hat{e}^1{}_\alpha = 0 \Leftrightarrow \hat{e}_i{}^\rho = 0\,.$$

- Geometrijski, ovaj uslov obezbedjuje da je radijalni pravac identičan sa normalom na ∂M.
- Konačni oblik anzaca je:

$$\hat{e}^i{}_\alpha = (\hat{e}^1{}_\alpha, \hat{e}^a{}_\alpha) = \left(0, \frac{1}{\rho} e^a{}_\alpha\right)\,, \tag{1a}$$

$$\hat{\omega}^i{}_\alpha = (\hat{\omega}^1{}_\alpha, \hat{\omega}^a{}_\alpha) = \left(\omega_\alpha, \frac{1}{\rho} k^a{}_\alpha\right)\,, \tag{1b}$$

gde su $e^a{}_\alpha(\rho,x), \omega_\alpha(\rho,x)$ i $k^a{}_\alpha(\rho,x)$ oblika:

$$e^a{}_\alpha(\rho,x) = \bar{e}^a{}_\alpha(x) + \mathcal{O}(\rho)\,, \quad \omega_\alpha(\rho,x) = \bar{\omega}_\alpha(x) + \mathcal{O}(\rho)\,,$$

gde $\mathcal{O}(\rho) \to 0$ za $\rho \to 0$.

- Primetimo da metrika ima uobičajeni Feferman-Grahamov oblik:

$$ds^2 = \hat{g}_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -\frac{\ell^2 d\rho^2}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta ,$$

  gde je $g_{\alpha\beta} := e^a{}_\alpha e^b{}_\beta \eta_{ab}$ regularno za $\rho = 0$
- Za $\rho = 0$, metrika ima pol reda dva što je uobičajeno za asimptotske AdS prostore.
- U daljem izlaganju koristićemo jedinice za koje je AdS radijus $\ell = 1$.

- Parameteri asimptotske (rezidualne) LPS koji ostavljaju invarijantnim usvojeni anzac za trijade imaju oblik:

$$\hat{\xi}^{\rho} = \rho f(x)\,, \quad \hat{\xi}^{\alpha} = \xi^{\alpha}(x) + \frac{1}{2}\rho^2 \bar{g}^{\alpha\beta}\partial_\beta f + \rho^2 \mathcal{O}(\rho)\,,$$

$$\hat{\theta}^{a} = \rho \varepsilon^{ab} \bar{e}_b{}^{\alpha}\partial_\alpha f + \rho\mathcal{O}(\rho)\,, \quad \hat{\theta}^{1} = \theta(x) - \frac{\rho^2}{2}\bar{\omega}^{\alpha}\partial_\alpha f + \rho\mathcal{O}(\rho^2)\,.$$

- Rezidualna simetrija može se izraziti u funkciji *četiri parametra na granici* $\xi^{\alpha}(x), \theta(x)$ i $f(x)$.
- Invarijantnost uslova za koneksiju dovodi do restrikcije vrednosti $k^a{}_{\alpha}$:

$$k^{ab} = \frac{p}{2}\eta^{ab} - \varepsilon^{ab} - \rho\varepsilon^{ac} e_c{}^{\beta}\partial_\rho e^b{}_{\beta}\,, \tag{2}$$

- Može se pokazati da $K_{ab} = \varepsilon_{cb} k^c{}_a$ predstavlja spoljašnju krivinu ∂M.

- Dejstvo rezidualne simetrije na polja na granici ima oblik:

$$\begin{aligned} \delta_0 \bar{e}^a{}_\alpha &= \delta_P \bar{e}^a{}_\alpha + f \bar{e}^a{}_\alpha \,, \\ \delta_0 \bar{\omega}_\alpha &= \delta_P \bar{\omega}_\alpha + \varepsilon_{ab} \bar{e}^a{}_\alpha \bar{e}^{b\beta} \partial_\beta f \,, \end{aligned} \tag{3}$$

gde su $\delta_P \bar{e}^a{}_\alpha$ i $\delta_P \bar{\omega}_\alpha$ LPT u 2D:

$$\begin{aligned} \delta_P \bar{e}^a{}_\alpha &= -\varepsilon^a{}_c \theta \bar{e}^c{}_\alpha - (\partial_\alpha \xi^\beta) \bar{e}^a{}_\beta - \xi \cdot \partial \bar{e}^a{}_\alpha \,, \\ \delta_P \bar{\omega}_\alpha &= -\partial_\alpha \theta - (\partial_\alpha \xi^\beta) \bar{\omega}_\beta - \xi \cdot \partial \bar{\omega}_\alpha \,, \end{aligned} \tag{4}$$

a f definiše lokalne dilatacije.
- Rezidualne transformacije (3) pripadaju Vajlovoj grupi LPT + dilatacije gde su $\bar{e}^a{}_\alpha$ i $\bar{\omega}_\alpha$ filbajn i spinska konekcija na granici.
- Dilatacije na metriku na granici deluju na uobičajeni način: $\delta_f \bar{g}_{\alpha\beta} = 2f\,\bar{g}_{\alpha\beta}$.

- Rezultati dobijeni za rezidualnu simetriju su isključivo zasnovani na usvojenim asimptotskim uslovima. Oni su kinematički.
- Još jedan skup korisnih kinematičkih relacija može se dobiti računanjem tenzora torzije i krivine:

$$\hat{T}_{ijk} = p\varepsilon_{ijk} + \mathcal{O}(\rho)\,, \qquad \hat{R}_{ijk} = q\varepsilon_{ijk} + \mathcal{O}(\rho)\,, \tag{5a}$$

gde je

$$q := \frac{p^2}{4} - 1\,. \tag{5b}$$

- Dakle, u najnižem redu po ρ, parametar p definiše i torziju i krivinu prostorvremena.

- Razmotrimo 3D gravitacioni sistem bez materije u asimptoski AdS prostorvremenu sa rešenjima karakterisanim nezavisnim vrednostima $e^a{}_\alpha$ i ω_α. Vrednost renormalizovanog gravitacinog dejstva predstavlja *konačni* 2D funkcional $I_{\rm ren}[e,\omega]$ na ∂M.
- Dalje, razmotrimo skup kvantnih polja ϕ na ∂M, kuplovanih sa spoljašnjim gravitacionim poljima (izvorima) $e^a{}_\alpha$ i ω_α, i opisanih dejstvom $I[\phi;e,\omega]$. Odgovarajuće efektivno dejstvo $W[e,\omega]$ je definisano sa:

$$e^{iW[e,\omega]} = \int_{\partial M} D\phi e^{iI[\phi;e,\omega]}\,. \tag{6a}$$

- U semiklasičnoj aproksimaciji AdS/CFT korespondencija može da se opiše identifikovanjem $W[e,\omega]$ sa $I_{\rm ren}[e,\omega]$:

$$W[e,\omega] = I_{\rm ren}[e,\omega]\,. \tag{6b}$$

- Koristeći prethodnu identifikaciju gravitacioni *Neter identiteti* za $I_{\mathrm{ren}}[e,\omega]$ mogu se identifikovati sa *Vordovim identitetima* za jednočestične funkcije izvedene iz $W[e,\omega]$.
- Varijacija renormalizovanog PGT dejstva se može zapisati u obliku:

$$\delta\, I_{\mathrm{ren}} = -\int_{\partial M} d^2x\, (\tau^{\alpha}{}_{a}\delta e^{a}{}_{\alpha} + \sigma^{\alpha}\delta\omega_{\alpha})\ , \tag{7}$$

- Uslov invarijantnosti renormalizovanog dejstva na rezidualne transformacije simetrije ima oblik:

$$\delta\, I_{\mathrm{ren}} = -\int_{\partial M} d^2x\, (\tau^{\alpha}{}_{a}\delta_0 e^{a}{}_{\alpha} + \sigma^{\alpha}\delta_0\omega_{\alpha}) = 0\,, \tag{8}$$

gde su $\tau^{\alpha}{}_{a}$ i σ^{α} struja energije i impulsa i spina našeg dinamičkog sistema.

- Za lokalne translacije i lokalne Lorencove rotacije, dobijaju se sledeći Neter identiteti:

$$e^a{}_\beta \nabla_\alpha \tau^\alpha{}_a = \tau^\alpha{}_a T^a{}_{\beta\alpha} + \sigma^\alpha F_{\beta\alpha} - \omega_\beta(\nabla_\alpha \sigma^\alpha + \varepsilon^{ab}\tau_{ab}) \,,$$
$$\nabla_\beta \sigma^\beta = -\varepsilon^{ab}\tau_{ab} \,, \tag{9}$$

poznati i kao generalisani zakoni održanja za $\tau^\alpha{}_a$ i σ^β.

- Slično, invarijantnost $I_{\rm ren}[e^a{}_\alpha, \omega_\alpha]$ na dilatacije dovodi do:

$$\tau - \nabla_\beta\left(\varepsilon_{ab}\sigma^a e^{b\beta}\right) = 0 \,. \tag{10}$$

- Ovo je maksimalni skup Vordovih identiteta koji se mogu naći u konformnoj teoriji polja na granici.
- Ukoliko su jednačine kretanja nekompatibilne sa nekom od simetrija, neki od Vordovih identiteta mogu biti i narušeni, što dovodi do pojave *kvantnih anomalija*.

- MB model topološke 3D gravitacije sa torzijom opisan je dejstvom:

$$I_{\mathrm{MB}} = \int \left(2a\hat{e}^i \hat{R}_i - \frac{1}{3}\Lambda_0 \varepsilon_{ijk} \hat{e}^i \hat{e}^j \hat{e}^k + \alpha_3 L_{\mathrm{CS}}(\hat{\omega}) + \alpha_4 \hat{e}^i \hat{T}_i \right) , \tag{11}$$

gde je $L_{\mathrm{CS}}(\hat{\omega}) = \hat{\omega}_i d\hat{\omega}^i + \frac{1}{3}\varepsilon_{ijk}\hat{\omega}^i\hat{\omega}^j\hat{\omega}^k$ Čern-Sajmonsov član za Lorencovu koneksiju, $a = 1/16\pi G$.
- Jednačine kretanja u vakuumu imaju oblik:

$$\hat{T}_{ijk} = p\varepsilon_{ijk} , \qquad \hat{R}_{ijk} = q\varepsilon_{ijk} , \tag{12a}$$

gde se parametri p i q izražavaju u funkciji $a, \Lambda, \alpha_3, \alpha_4$.
- U AdS sektoru efektivna kosmološka konstanta je negativna:

$$\Lambda_{\mathrm{eff}} := q - \frac{p^2}{4} = -1 . \tag{12b}$$

- Ako se u jednačine kretanja zameni holografski anzac dobija se da radijalni razvoj ima konačan broj članova:

$$\omega_\alpha = \omega_\alpha(x)\,, \quad e_{c\beta} = \bar{e}_{c\beta} + \rho^2 \bar{s}_{c\beta}\,, \quad \varepsilon^{ab} s_{ab} = 0. \tag{13}$$

- Polja na granici zadovoljavaju sledeće jednačine kretanja:

$$T_{abc} = 0\,, \qquad R - 4s^c{}_c = 0\,. \tag{14}$$

- Struje energije i impulsa i spina imaju sledeći oblik:

$$\begin{aligned} \tau^\beta{}_b &= 4\left(a + \frac{\alpha_3 p}{2}\right)\varepsilon^{\alpha\beta}\varepsilon_{ab}s^a{}_\alpha - 4\alpha_3\varepsilon^{\alpha\beta}s_{b\alpha}\,, \\ \sigma^\beta &= -\alpha_3\varepsilon^{\beta\alpha}\omega_\alpha\,, \end{aligned} \tag{15}$$

i na jednačinama kretanja zadovoljavaju relacije:

$$\nabla_\beta \tau^\beta{}_b = 0\,, \qquad \nabla_\beta \sigma^\beta = -\frac{1}{2}\varepsilon^{bc}\tau_{bc}\,. \tag{16}$$

- Lorencova invarijantnost efektivne 2D teorije je narušena i *Lorencova anomalija* ima oblik:

$$A_{\mathrm{L}} := \nabla_\beta \sigma^\beta + \varepsilon^{bc}\tau_{bc} = \frac{1}{2}\varepsilon^{bc}\tau_{bc} = -\frac{1}{2}\alpha_3 \bar{e}R\,. \qquad (17)$$

- Koeficijent α_3 uz topološku (Ojlerovu) gustinu $\bar{e}R$, proporcionalan je razlici centralnih naboja MB modela:

$$c^{\mp} = 24\pi\left[a\ell + \alpha_3\left(\frac{p\ell}{2} \mp 1\right)\right]\,.$$

- Uslov translacione invarijantnosti je zadovoljen i *nema translacione anomalije*:

$$A_{\mathrm{T}} := e^a{}_\beta \nabla_\alpha \tau^\alpha{}_a - \tau^\alpha{}_a T^a{}_{\beta\alpha} - \sigma^\beta F_{\alpha\beta} + \omega_\alpha(\nabla_\beta\sigma^\beta + \varepsilon^{ab}\tau_{ab}) = 0\,.$$

- Dilatacioni Neter identitet je narušen i *konformna* ili Vajlova anomalija ima oblik:

$$A_C := \tau^c{}_c - \nabla_\beta \left(\varepsilon_{ab} \sigma^a e^{b\beta} \right) = -\left(a + \frac{\alpha_3 p}{2} \right) \bar{e} R + \alpha_3 \partial_\beta (\bar{e} \omega^\beta) \,. \tag{18}$$

- Koeficijent uz $\bar{e}R$ je proporcionalan zbiru centralnih naboja.

- Dejstvo 3D gravitacije sa propagirajućom torzijom (bez doprinosa materije) ima oblik:

$$
\begin{aligned}
I &= \int d^3x\, \hat{e}\mathcal{L}_G\,, \quad \mathcal{L}_G = -a\hat{R} - 2\Lambda_0 + \mathcal{L}_{T^2} + \mathcal{L}_{R^2}\,,\\
\mathcal{L}_{T^2} &= \frac{1}{4}\hat{T}^{ijk}\mathcal{H}_{ijk}\,,\ \mathcal{H}_{ijk} := a_1\,{}^{(1)}\hat{T}_{ijk} + a_2\,{}^{(2)}\hat{T}_{ijk} + a_3\,{}^{(3)}\hat{T}_{ijk}\,,\\
\mathcal{L}_{R^2} &= \frac{1}{8}\hat{R}^{ijkl}\mathcal{H}_{ijkl}\,,\ \mathcal{H}_{ijkl} := b_4\,{}^{(1)}\hat{R}_{ijkl} + b_5\,{}^{(2)}\hat{R}_{ijkl} + b_6\,{}^{(3)}\hat{R}_{ijkl}\,.
\end{aligned}
$$

- Kovarijantni impulsi se ekvivalentno mogu zapisati u obliku:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{H}_{ijk} &= 4(\alpha_1\hat{T}_{ijk} + \alpha_2\hat{T}_{[kj]i} + \alpha_3\hat{T}_{ijk})\,,\\
\mathcal{L}_{R^2} &= \hat{R}^{ij}\mathcal{H}_{ij}\,, \quad \mathcal{H}_{ij} = \beta_1\hat{R}_{ij} + \beta_2\hat{R}_{ji} + \beta_3\eta_{ij}\hat{R}\,, \quad (19)
\end{aligned}
$$

gde se konstante $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ i $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ izražavaju preko a_1, a_2, a_3 i b_1, b_2, b_3

- U lokalnom Lorencovom bazisu gravitacione jednačine kretanja imaju oblik:

$$\nabla^m \mathcal{H}_{imj} + \frac{1}{2}\mathcal{H}_i{}^{mn}(-T_{jmn} + 2\eta_{jm}V_n) - t_{ij} = 0\,, \qquad (20a)$$

$$t_{ij} := \eta_{ij}\mathcal{L}_G - T^{mn}{}_i\mathcal{H}_{mnj} + 2a\hat{R}_{ji} - 2(\hat{R}^n{}_i\mathcal{H}_{nj} - \hat{R}_j{}^{nm}{}_i\mathcal{H}_{nm})\,,$$

gde je t_{ij} gravitacioni tenzor energije i impulsa i

$$2aT_{kij} + 2T^m{}_{ij}(\mathcal{H}_{mk} - \eta_{mk}\mathcal{H}) + 4\nabla_{[i}(\mathcal{H}_{j]k} - \eta_{j]k}\mathcal{H}) + \varepsilon_{ijn}\varepsilon^{mr}{}_k\mathcal{H}_{mr}{}^n = 0\,, \qquad (20b)$$

- U vodećem redu jednačine kretanja daju sledeće uslove na konstante:

$$p(a + qb_6 + 2a_3) = 0\,,$$

$$aq - \Lambda_0 + \frac{1}{2}p^2 a_3 - \frac{1}{2}q^2 b_6 = 0\,.$$

- Struje spina i energije impulsa za teoriju na granici imaju sledeći oblik:

$$
\begin{aligned}
\sigma^{\beta} &= (b_4 - b_5)\varepsilon^{\beta\alpha}\left(\frac{p}{2}\varepsilon_{ac} - \eta_{ac}\right) V^c\, \bar{e}^a{}_{\alpha}\,, \qquad (22a)\\
\tau^{\alpha}{}_{a} &= 4(a + b_6 q)\varepsilon^{\alpha\beta}\varepsilon_{ac} s_{\beta}{}^{c} + 4a_3(\varepsilon\cdot s)\varepsilon^{\alpha\beta} e_{a\beta}\\
&- \varepsilon^{\alpha\beta}\frac{b_6 - b_4}{3}(R - 4s^{\gamma}{}_{\gamma})e^{b}{}_{\beta}\left(\frac{p}{2}\eta_{ba} - \varepsilon_{ba}\right)\\
&+ 2\varepsilon^{\alpha\beta}\left[\left(b_6\frac{p^2}{2} - 2b_5\right)\eta_{ba} + p(b_5 - b_6)\varepsilon_{ba}\right] e^{b}{}_{\beta}(\varepsilon\cdot s)\,, \qquad (22b)
\end{aligned}
$$

gde je $V^a = T^{ab}{}_{b}$ i $e^a{}_{\alpha} = \bar{e}^a{}_{\alpha} + \rho^2 s^a{}_{\alpha} + \ldots$.

- Korišćenjem jednačina kretanja, bez eksplicitnog rešavanja, može se pokazati da su Lorencova i translaciona simetrija na granici očuvane:

$$A_L = 0\,, \qquad A_T = 0\,. \tag{23}$$

- Konformna simetrija je narušena i za konformnu anomaliju se dobija:

$$\begin{aligned} A_C &= -(a+b_6q)\bar{e}R \\ &+ [2\alpha_3 - (q+2)(b_4-b_5)]\,\bar{e}(\nabla_a V^a - V_a V^a) \\ &+ p(b_4-b_5)\bar{e}\varepsilon^{ab}\nabla_a V_b\,. \end{aligned} \tag{24}$$

- Prvi član u A_C, je topološka gustina (povezan sa topološkom invarijantom $\int d^2x\bar{e}\bar{R}$); odgovarajući faktor $(a+b_6q)$ je proporcionalan centralnom naboju.

- Preostala dva člana u A_C su invarijantna na lokalnne dilatacije i mogu se zapisati u obliku:

$$
\begin{aligned}
W_1 &:= \bar{e}(\nabla_a V^a - V_a V^a) = \partial_\alpha(\varepsilon^{\alpha\beta} e_{a\beta} \varepsilon^{ab} V_b)\,, \\
W_2 &:= \varepsilon^{ab} \nabla_a V_b = \partial_\alpha(\varepsilon^{\alpha\beta} e^a{}_\beta V_a)\,.
\end{aligned}
\tag{25}
$$

- Integrali W_1 i W_2 po granici su topološke invarijante.
- Teorija za parametrima za koje konformna anomalija jednaka nuli poznata je i kao *kritična gravitacija*.
- Za takav kritičan izbor parametarau teoriji se mogu pojaviti logaritamski modovi koji dovode do pojave logaritamske CFT na granici.

- Analizirana je AdS/CFT korespondencija u okviru 3D gravitacije sa torzijom.
- Polazeći od odgovarajućeg holografskog anzaca dobijen je očekivani oblik simetrije na granici opisan LPT i dilatacijama.
- Polazeći od poboljšanog oblika Neter-Vordovih identiteta analizirane su holografske osobine MB modela, pri čemu su potvrdjeni Klemovi rezutati.
- U okviru 3D gravitacije sa propagirajućom torzijom dobijena je holografska konformna anomalija sa doprinosima koji potiču i od torzije i od krivine.