ПРОБЛЕМ КОСИНУСА И АНТИГРАВИТАЦИЈА У EPRL/FK SPINFOAM МОДЕЛУ

Марко Војиновић
Group of Mathematical Physics, University of Lisbon

EPRL/FK МОДЕЛ

Кратак опис EPRL/FK модела квантне гравитације:

- Коваријантан приступ формулисању квантне гравитације.
- Интеграл по "трајекторијама" се дефинише као

$$Z_\sigma = \sum_c \prod_{f\in\sigma} A_f(c) \prod_{e\in\sigma} A_e(c) \prod_{v\in\sigma} A_v(c).$$

- σ означава 2-комплекс дуалан триангулацији просторвремена, f, e, v пребројавају површи, ивице и вертексе 2-комплекса,
- боје c су $SU(2)$ спинови на свакој површи, $j_f \in \mathbb{N}_0/2$, и тродимензионални нормирани вектори $\vec{n}_{ef} \in S^2$ за сваки пар ef,
- амплитуде су

$$A_f = 2j_f + 1, \qquad A_e = 1, \qquad A_v = W_v^{\mathrm{EPRL/FK}}.$$

EPRL/FK МОДЕЛ

Значајне особине модела:

- Спектар оператора површине,

$$A_f = 8\pi\gamma l_p^2 \sqrt{j_f(j_f+1)},$$

где је A_f површина, l_p Планкова дужина, γ Barbero-Immirzi параметар.

- Класичан лимес,

$$\frac{1}{8\pi\gamma}\frac{A}{l_p^2} = \sqrt{j(j+1)} \approx j \gg 1.$$

- Асимптотика вертекс амплитуде у лимесу $j \to \infty$,

$$W_v(j,\vec{n}) \approx N_+(j)e^{i\gamma S_v(j)} + N_-(j)e^{-i\gamma S_v(j)}, \qquad \text{//личи на } \cos(S_v)\text{//}$$

где је $S_v(j)$ Regge дејство за један 4-симплекс дуалан вертексу v.

EPRL/FK МОДЕЛ

Куповање са материјом:

- Редефиниција вертекс амплитуде,

$$A_v(j_f, \vec{n}_{ef}, \phi_r) = W_v(j_f, \vec{n}_{ef}) e^{iS_v^{\text{материје}}(j_f, \vec{n}_{ef}, \phi_r)},$$

  где су ϕ_r поља материје, r пребројава све степене слободе свих поља материје, $S_v^{\text{материје}}$ је дејство поља материје за један 4-симплекс дуалан верктесу v.

- Интеграл по "трајекторијама",

$$Z_\sigma = \sum_j \int \prod_{ef} d\vec{n}_{ef} \int \prod_r d\phi_r \prod_f [2j_f + 1] \prod_v W_v(j, \vec{n}) e^{iS_v^{\text{материје}}(j, \vec{n}, \phi)}.$$

- Ако "замрзнемо" гравитационе степене слободе, имамо

$$Z_\sigma \sim \mathcal{N} \int \prod_r d\phi_r \prod_v e^{iS_v^{\text{материје}}(j, \vec{n}, \phi)} \sim \mathcal{N} \int \mathcal{D}\phi \; e^{iS^{\text{материје}}[g, \phi]}.$$

EPRL/FK МОДЕЛ

Проблем косинуса:

- Шта бисмо желели (у неком лимесу):

$$W_v \sim e^{iS_v},$$

  па да следи

$$Z_\sigma \sim \sum_j \int d\vec{n} \int d\phi \, \prod_v e^{i(S_v + S_v^M)} \sim \int dj \int d\vec{n} \int d\phi \; e^{\sum_v S_v^{GM}} \sim \int \mathcal{D}g \int \mathcal{D}\phi \; e^{iS}.$$

- Шта имамо:

$$W_v \sim e^{iS_v} + e^{-iS_v} \sim \cos(S_v),$$

  па следи

$$Z_\sigma \sim \sum_j \int d\vec{n} \int d\phi \, \prod_v \cos(S_v) e^{iS_v^M} \sim \int \mathcal{D}g \int \mathcal{D}\phi \, \prod_{\mathcal{M}} \left[e^{i(S+S^M)} + e^{i(-S+S^M)} \right].$$

ЕФЕКТИВНО ДЕЈСТВО

Како рачунамо ефективно дејство у теорији поља:

- Нека је задата нека квантна теорија поља

$$Z[J] = \int \mathcal{D}\phi \; e^{iS[\phi]+i\int J\phi}.$$

- Ефективно дејство се дефинише као Legendre-ова трансформација

$$\Gamma[\phi] = -i\log Z[J[\phi]] - \int \phi J[\phi],$$

- одавде се изводи функционална интегродиференцијална једначина:

$$e^{i\Gamma[\phi]} = \int \mathcal{D}\tilde{\phi} \; e^{iS[\phi+\tilde{\phi}]-i\int \frac{\delta\Gamma}{\delta\phi}\tilde{\phi}}.$$

- Поље ϕ се зове "позадинско" (background) поље.

ЕФЕКТИВНО ДЕЈСТВО

Како рачунамо класичан лимес:

- Дефинишемо класичан лимес,

$$\phi \to \infty, \qquad S[\phi] \gg 1, \qquad\qquad //S[\phi] \gg \hbar//$$

- развијемо ефективно дејство у асимптотски ред за дати лимес,

$$\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma_2 + \dots, \qquad \Gamma_{n+1} = o(\Gamma_n),$$

- заменимо све ово у функционалну интегродиференцијалну једначину

$$e^{i\Gamma[\phi]} = \int \mathcal{D}\tilde{\phi}\; e^{iS[\phi+\tilde{\phi}]-i\int \frac{\delta\Gamma}{\delta\phi}\tilde{\phi}},$$

- решавамо пертурбативно-асимптотски:

$$\Gamma = S + \frac{i}{2}\,\mathrm{tr}\log S'' + o(\log S).$$

ЕФЕКТИВНО ДЕЈСТВО

Више решења за класичан лимес:

- Први тип — лимес $\phi \to \infty$ може да се пусти на више начина,

$$\phi = \phi_1 \to \infty \qquad \Rightarrow \qquad \mathit{\Gamma}[\phi_1] = S_1[\phi_1] + \dots ,$$
$$\phi = \phi_2 \to \infty \qquad \Rightarrow \qquad \mathit{\Gamma}[\phi_2] = S_2[\phi_2] + \dots ,$$

  где су ϕ_1, ϕ_2 различите "конфигурације" поља а S_1, S_2 различити класични "режими".

- Други тип — полазно дејство може да има облик

$$S[\phi] = -i \log \left[e^{iS_1[\phi]} + e^{iS_2[\phi]} \right]$$

  па једначина за ефективно дејство даје више решења за исту конфигурацију поља,

$$\mathit{\Gamma}[\phi] = S_1[\phi], \qquad \mathit{\Gamma}[\phi] = S_2[\phi].$$

- Ако дејства S_1 и S_2 дају еквивалентне једначине кретања, онда је то исти лимес. У супротном, класичан лимес не постоји. // $\lim_{x\to\infty} \sin(x) = ??$//

КЛАСИЧАН ЛИМЕС EPRL/FK МОДЕЛА

Једначина за ефективно дејство:

$$
\begin{aligned}
e^{i\Gamma(j,\vec{n},\phi)} \;=\; & \sum_{j'} \int \prod_{ef} d\vec{n}'_{ef} \int \prod_{r} d\phi'_r \; e^{-i\left(\sum_f \frac{\partial \Gamma}{\partial j_f} j'_f + \sum_{ef} \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{n}_{ef}} \vec{n}'_{ef} + \sum_r \frac{\partial \Gamma}{\partial \phi_r} \phi'_r\right)} \\
& \prod_f \left[2\left(j_f + j'_f\right) + 1\right] \prod_v W_v\Big(j + j', \frac{\vec{n} + \vec{n}'}{\|\vec{n} + \vec{n}'\|}\Big) e^{iS_v^{\text{материје}}(j+j', \frac{\vec{n}+\vec{n}'}{\|\vec{n}+\vec{n}'\|}, \phi+\phi')}.
\end{aligned}
$$

Решења у класичном лимесу $j = j(L), \vec{n} = \vec{n}(L)$ **где** $L, \phi \to \infty$**:**

$$
\begin{aligned}
\Gamma_+(L,\phi) &= \frac{1}{8\pi l_p^2} S^{\text{Regge}}(L) + S^{\text{материје}}(L,\phi), \\
\Gamma_-(L,\phi) &= -\frac{1}{8\pi l_p^2} S^{\text{Regge}}(L) + S^{\text{материје}}(L,\phi), \\
\Gamma_\epsilon(L,\phi) &= \frac{1}{8\pi l_p^2} \sum_v \epsilon_v S_v^{\text{Regge}}(L) + S^{\text{материје}}(L,\phi), \qquad \epsilon_v = \pm 1.
\end{aligned}
$$

КЛАСИЧАН ЛИМЕС EPRL/FK МОДЕЛА

Континуум лимес:

$$S^{\text{Regge}}(L) \to \frac{1}{2} S_{\text{AX}}[e], \qquad S^{\text{материје}}(L, \phi) \to S_{\text{M}}[e, \phi].$$

Гравитација:

$$\Gamma_{+}[e, \phi] = \frac{1}{16\pi l_p^2} S_{\text{AX}}[e] + S_{\text{M}}[e, \phi],$$

Антигравитација:

$$\Gamma_{-}[e, \phi] = -\frac{1}{16\pi l_p^2} S_{\text{AX}}[e] + S_{\text{M}}[e, \phi],$$

“Комбинована” решења:

$$\Gamma_{\epsilon}[e, \phi] = \frac{1}{16\pi l_p^2(x)} S_{\text{AX}}[e] + S_{\text{M}}[e, \phi], \qquad l_p^2(x) = \pm l_p^2.$$

КЛАСИЧАН ЛИМЕС EPRL/FK МОДЕЛА

Како поправити ове резултате?

- Редефинисати гравитациони сектор тако да буде

$$A_v \sim e^{iS_v^{\text{Regge}}}.$$

$\Rightarrow$ Више није EPRL/FK модел!

- Редефинисати куплovање са материјом тако да буде

$$A_v \sim \cos(S_v^{\text{Regge}} + S_v^{\text{материје}}).$$

$\Rightarrow$ Нарушава принцип еквиваленције!

$\Rightarrow$ Не поправља "мешовите" лимесе!

- Постулирати да ефективно дејство није добар појам у QG (!!!)

$\Rightarrow$ Зашто онда јесте у теорији поља?!

ХВАЛА!