

STO GODINA OPŠTE TEORIJE RELATIVNOSTI,
SANU, Beograd, 23. jun 2015.

OPŠTA TEORIJA RELATIVNOSTI I INTERSTELAR: na granici nauke i naučne fantastike

Marija Dimitrijević Ćirić

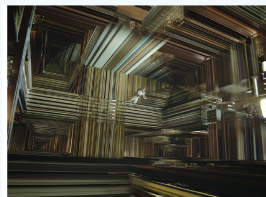
Univerzitet u Beogradu, Fizički fakultet,
Beograd, Srbija

Interstelar

Režiser	Christopher Nolan
Scenariio	Jonathan i Christopher Nolan
Stručni konsultant	Kip Thorne (Caltech, USA)
Distributeri	Paramount i Warner Bros.
Budžet	165 miliona dolara
Zarada	672.8 miliona dolara
Naučni radovi	3



Na Zemlji je sve manje uslova za život, pa grupa astronauta kreće u potragu za novom planetom gde bi ljudi mogli da nastave da žive. Na svom putu astronauti sreću: crvotocine, crne rupe, singularnosti, ekstra dimenzije i tesseract, . . . Pohod se naravno uspešno završava uglavnom zahvaljujući bićima koja se u filmu nazivaju "Oni".



Gde je granica između nauke (Opšte teorije relativnosti) i naučne fantastike? Šta je sa sa jedne, a šta sa druge strane? Koja strana je zanimljivija? . . .

Sadržaj:

Opšta teorija relativnosti

Kauzalna struktura

Prostor Minkovskog

Švarcšildovo prostor-vreme

Rotirajuća crna rupa

Na granici i pogled preko

Crvotočine

Ekstra dimenzije

Teserakt, Oni...

Umesto zaključka

Opšta teorija relativnosti

OTR: materija \rightarrow gravitaciono polje \rightarrow zakrivljen prostor \rightarrow kretanje čestica materije

Ajnštajnova jednačina

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (1)$$

$g_{\mu\nu}$: metrički tenzor, omogućava računanje dužina i rastojanja u prostoru, sadrži informaciju o "zakrivljenosti".

$R_{\mu\nu}$ i R : Ričijev tenzor i skalarna krivina, opisuju zakrivljenost prostora i funkcije su metričkog tenzora $g_{\mu\nu}$. U ravnom prostoru je $R_{\mu\nu} = R = 0$.

$T_{\mu\nu}$: tenzor energije-impulsa materije, opisuje raspodelu materije (pritisak i gustinu u nekoj aproksimaciji) koja je izvor gravitacionog polja. Za svetlost je $T_{\mu\nu} \neq 0$, pa i svetlost interaguje sa gravitacionim poljem.

Ajnštajnovе jednačine su komplikovane, teško se rešavaju. Pa ipak, do danas je pronađeno više **rešenja**. Neka od njih su:

- ▶ Crne rupe: statičke, rotirajuće, naelektrisane, . . .
- ▶ Crvotočine: dimaničke ili statične.
- ▶ Gravitacioni talasi.
- ▶ Svemir.

Neki problemi i nekonzistentnosti Ajnštajnovih jednačina (OTR): zatvorene vremenske krive, singularnosti, kvantovanje OTR.

Kvantna gravitacija: da li je ona rešenje za sve naše probleme? U filmu Interstelar da!

Kauzalna struktura

Šta su prošlost, sadašnjost i budućnost? Kako ih definišemo?

- ▶ Njutnova mehanika: vreme je apsolutno, teče nezavisno od nas. Prošlost i budućnost su jednoznačno određene sa "pre" i "posle".
- ▶ Specijalna teorija relativnost (STR): vreme nije odvojen pojam, već četvrta koordinata u prostor-vremenu. Istovremenost dva događaja zavisi od posmatrača.
- ▶ Opšta teorija relativnosti (OTR): četvorodimenziono prostor-vreme STR je zakrivljeno zbog postojanja gravitacionog polja. Istovremenost događaja i ovde zavisi od posmatrača, ali komplikovanije.

Kauzalna struktura: prostor Minkovskog

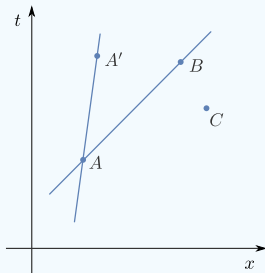
Četvorodimenziono prostor-vreme STR je **prostor Minkovskog**. Koordinate u ovom prostoru su (ct, x, y, z) . Tačka u prostoru Minkovskog: **dogadjaj**. Radimo sa $c = 1$, to jest rastojanja izražavamo u jedinicama vremena (svetlosna sekunda, svetlosna godina).

Dogadjaji na **prostorno-vremenskom dijagramu**. Uprošćeno crtamo 2D, umesto 4D dijgrame.

Trajektorije neubrzanih čestica: prave linije sa $x = vt$ i $v < 1$. Trajektorije svetlosnih zraka $x = t$.

Interval dogadjaja je kvadrat rastojanja izmedju dva bliska dogadjaja i **nije uvek pozitivan!**

$$ds_{Mink}^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2.$$



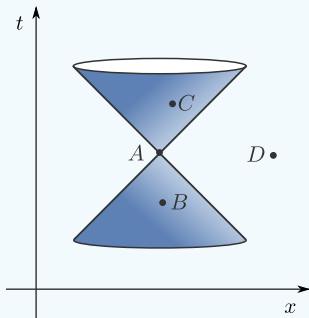
Videti događaj B u tački A znači dobiti informaciju o njemu; **biti vidjen** u tački C znači poslati informaciju u tačku C .

Maksimalna brzina za prenos informacija je brzina svetlosti \Rightarrow prošlost i budućnost imaju granice!

Svetlosni konus u tački A : trajektorije svetlosnih zraka koje se seku u A .

Prošlost tačke A : svi događaji u donjoj polovini svetlosnog konusa, svi događaji koje A može da vidi.

Budućnost tačke A : svi događaji u gornjoj polovini svetlosnog konusa, svi događaji u čijoj prošlosti se nalazi A .



Kauzalna struktura: Švarcšildovo prostor-vreme

Švarcšildovo rešenje opisuje prostor-vreme nerotirajuće, sferno-simetrične crne rupe.

Interval događaja je

$$ds_{Sch}^2 = -\left(1 - \frac{2MG}{r}\right) dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{2MG}{r}} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (2)$$

gde je M masa crne rupe u koordinatnom početku. M može biti i masa sferno-simetrične zvezde ili planete, a rešenje (2) tada opisuje prostor-vreme izvan tog objekta.

Švarcšildov radijus $r_S = 2MG$ za:

Zemlju ($R_Z = 6371 \text{ km}$): $8.87 \times 10^{-3} \text{ m}$

Sunce ($R_S = 6.955 \times 10^5 \text{ km}$): $2.95 \times 10^3 \text{ m}$

Sagittarius A*: $1.27 \times 10^{10} \text{ m}$

Neke osobine Švarcšildovog rešenja:

- 1) Kada $r \rightarrow \infty$ $ds_{Sch}^2 \rightarrow ds_{Mink}^2$: daleko od izvora M , rešenje je **asimptotski ravno**. Svetlosni konusi izgledaju isto kao i u prostoru Minkovskog.
- 2) Švarcšildov radijus $r = 2MG$ je **koordinatna singularnost**: zakrivljenost prostora je konačna u $r = 2MG$, ali koordinate (t, r, θ, φ) su "dobre" koordinate samo za $r > 2MG$. Za analizu prostora gde je $r \leq 2MG$ neophodne nove koordinate.
- 3) $r = 0$ je **prava singularnost**: zakrivljenost prostora je beskonačna, oblast važenja kvantne gravitacije.
- 4) Singularnost u $r = 0$ "sakrivena" od udaljenog posmatrača na $r \gg 2MG$ horizontom događaja. **Horizont događaja** za Švarcšildovo rešenje je $r = r_S = 2MG$.

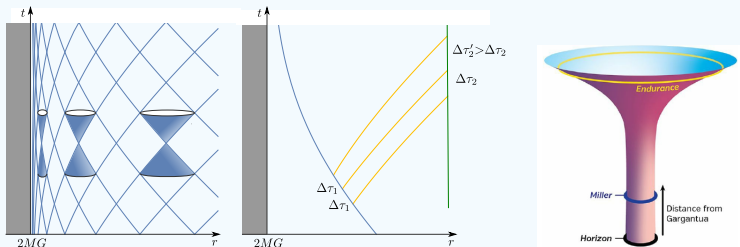
Iznad horizonta dogadjaja

Istraživači P i Q u početnom trenutku borave daleko od hroizonta dogadjaja u $r \gg 2MG$. Zatim istraživač Q počne da radijalno pada ka crnoj rupi, ka $r = 0$. Na svom putu on svake sekunde (po svom satu) šalje svetlosne signale kolegi P koji je ostao daleko od horizonta. Šta vidi P ?

U početku signali stižu do P svake sekunde (asimptotski ravno rešenje).

Kako se Q približava horizontu, P dobija signale **sve redje**, razmak izmedju njih postaje veći od 1s i sve se više povećava. Uz to, P primećuje i da su signali **crveno pomaknuti**, frekvenca postaje sve manja. Signal poslat sa horizonta, nikada ne stigne do istraživača P .

Svetlosni konusi se sužavaju kako Q prilazi horizontu, a na horizontu se potpuno zatvore. Istraživač Q ne može da "obavesti" kolegu P da je prešao horizont dogadjaja.



Interstelar: P su ljudi na Zemlji, Q je posada svemirskog broda "Endurance" (Cooper, Brand, Romilly, Doyle). Kada je posada blizu horizonta Gargantue (na Milerinoj planeti) 1 sat po njihovim časovnicima je 7 godina na Zemlji. Da bi to bilo moguće, Gargantua mora da rotira ogromnom brzinom.

Intermezzo: svetlosni konusi

Kako crtamo svetlosne konuse? Za svetlost u Švarcšildovom rešenju važi:

$$0 = -\left(1 - \frac{2MG}{r}\right)dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{2MG}{r}}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2).$$

Pretpostavim da imamo svetlosni zrak koji se kreće radijalno: $\theta = const.$ i $\varphi = const.$ Onda je

$$\frac{dt^2}{dr^2} = \frac{1}{\left(1 - \frac{2MG}{r}\right)^2},$$

pa je

$$\frac{dt}{dr} = \pm \frac{1}{1 - \frac{2MG}{r}}.$$

Integracijom ove jednačine dobijamo linije koje definišu svetlosni konus u različitim tačkama

$$t = \pm\left(r + 2MG \ln\left(\frac{r}{2MG} - 1\right)\right) + const.$$

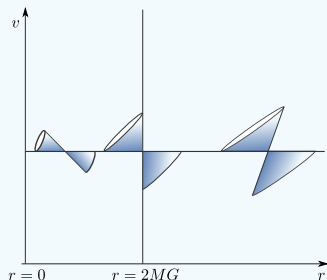
Na primer:

- 1) Za $r \rightarrow \infty$ se dobija $t = \pm r$, kao i u prostoru Minkovskog.
- 2) Za $r = 2MG$ se dobija $t = \pm\infty$, zatvoren svetlosni konus.

Ispod horizonta događaja

Šta vidi istraživač Q kada jednom predje horizont? Na njega deluju jake **plimske sile**: efekat "špagetizacije" i konačno kidanje usled jakog gravitacionog polja. Nove koordinate (v, r, θ, φ) : svetlosni konusi se sada skupljaju, ali se i krive.

Kada se Q nadje na horizontu, njegov svetlosni konus je toliko iskrivljen, da on nikakvu informaciju ne može da pošalje izvan horizonta. On mora da se kreće ka sve manjem r , u gornjem delu njegovog svetlosnog konusa (njegovoj budućnosti) su isključivo tačke sa r manje od njegovog trenutnog. Kaže se da **vreme i prostor menjaju uloge ispod hotizonta**.

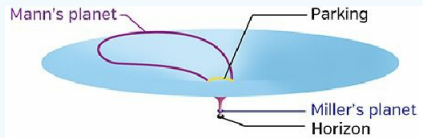


Šta se dešava kada Q stigne u $r = 0$ (ako preživi plimske sile)? Ne znamo... Domen važenja kvantne teorije, a kvantna teorija gravitacije još uvek ne postoji.

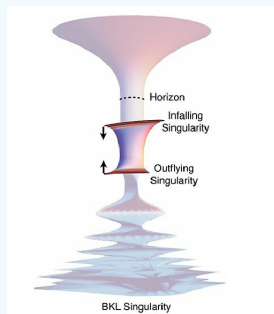
Rotirajuća crna rupa

Švarcšildovo rešenje je delaka rodjaka Gargantue. Najbliža Gargantuina rodjaka sa OTR strane je **Kerova (rotirajuća) crna rupa**. Komplikovanija struktura: dva horizonta događaja, spoljašnji i unutrašnji; zavise od odnosa mase i ugaonog momenta crne rupe. Singularnost u $r = 0$ je "ramazana", možda može da se izbegne?

Interstelar: Gargantua rotira ogromnom brzinom (dramatičnosti radi). Postoje stabilne orbite oko Gargantue: Milerina, Manova, Edmundova planeta i još mnoge druge. Milerina planeta najbliža horizontu, najveće plimske sile (ogromni talasi) i usporenje vremena.



Šta vidi posada broda Endurance? Akreacioni disk Gargantue predstavljen sa efektima gravitacionog sočiva i i zvezde i planete oko Gargantue jedva vidljive zbog svetlosti akreacionog diska.



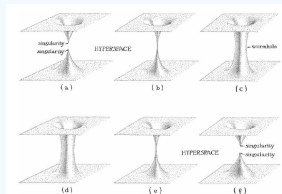
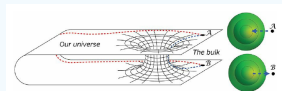
Postoje blage singularnosti (efekti plimskih sila su konačni, mogućnost preživljavanja) koje nastaju od materije koja upada u Gargantuu. Od skoro su tema naučnih radova. . . Kuper je verovatno upao u blagu singularnost.

Na granici i pogled preko: crvotočine

Crvotočine se mogu dobiti rešavanjem Ajnštajnovih jednačina i povezuju dva odvojena dela Svemira ili dva različita Svemira. Mogu biti **dinamičke** (stalno se otvaraju i zatvaraju) i **statičke** (stabilne, stalno otvorene). Švarcšildovo rešenje poseduje dinamičku crvotočinu, koja se suviše brzo zatvara, pa ni svetlost nemože da stigne da predje sa jednog kraja na drugi.

Stabilna crvotočina jeste rešenje jednačina, ali sa materijom koja ima **antigravitaciono** svojstvo (slično tamnoj energiji). Konstrukcija takve crvotočine ja van našeg domašaja (trenutno).

Interstelar: "Oni" su napradna civilizacija i sagradili su stabilnu crvotočinu da bi ljudima sa Zemlje pomogli da nadju novu planetu za život.

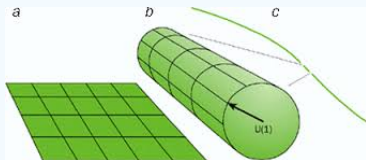


Na granici i pogled preko: ekstra dimenzije

Ideja o (dodatnim) **ekstra dimenzijama** je stara: početkom XX veka teorija u 5 dimenzija koja ujedinjuje gravitacionu i EM interakciju.

Moderna verzija: **teorija struna** konzistentno definisana u 10 dimenzija, pa 6 dimenzija viška moraju da se kompaktifikuju i učine neopservabilnim.

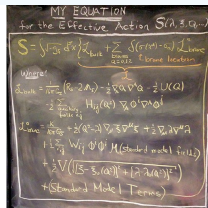
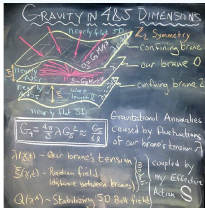
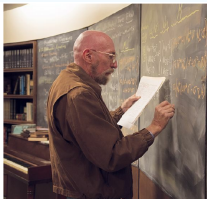
Ekstra dimanzije mogu biti male, velike, kompaktne, . . . Za sada **nema eksperimentálnih dokaza** da one zaista postoje.



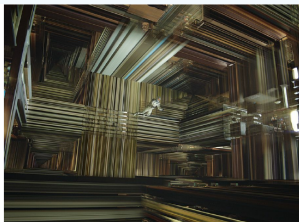
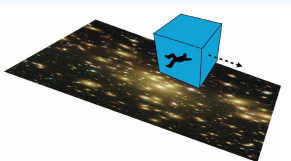
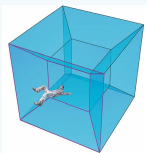
Na granici i pogled preko: tesseract, Oni...

Interstelar: korišćen 5D model u kome mi živimo u 4D (vreme i 3 prostorne dimenzije) prostoru koji je granica nekog 5D (vreme i 4 prostorne dimanzije) prostora. Naš 4D prostor se naziva **brana**, a veliki 5D prostor **bulk-unutrašnjost**. U bulk-u žive **Oni**, napredna civilizacija koja može da gradi stabilne crvotočine i tesseracte.

Gravitacija je jedina interakcija koja može da propagira u svih 5 dimenzija. Preostale interakcije (EM, slaba, jaka) propagiraju samo u našem prostoru, na brani.



Kada Kuper upadne ispod horizonta događaja (u singularnost?), spašavaju ga Oni i smeštaju ga u tesseract. **Tesseract** je 4D prostor (4 prostorne koordinate) koji može da se **kreće napred-nazad u vremenu**. Kuper vidi Marfinu sobu u različitim vremenima. Koristeći gravitacionu interakciju on pomera knjige i kazaljku na satu da bi Marfi dostavio informacije o kvantnoj gravitaciji i tako omogućio spašavanje čovečanstva.



Umesto zaključka

- ▶ Granica između nauke i naučne fantastike (SF) očigledno nije baš čvrsto fiksirana.
- ▶ Možda nije neophodno ići "preko grane" (prelaziti na SF stranu) u potrazi za boljim (zanimljivijim, misterioznijim) životom. Nauka (OTR i njene modifikacije) može da ponudi bar podjednako, ako ne i više uzbuđenja nego čitanje i gledanje SF knjiga i filmova.

Dodatne slike

